

高校数学 マスター

瀬端合同会社

高校数学マスター 序説・数学Ⅰ サンプル版

高校数学を独学するための勉強法

著者

瀬端 隼也

2021年4月10日 第一版発行

目次

0.1	はじめに	1
I	序説 高校数学を独学するための勉強法	2
1	要点解説	3
1.1	合理的に物事を考える方法	3
1.1.1	高校数学の問題点	3
1.1.2	具体的な方法	4
1.1.3	難易度と注意点	5
1.2	独学の意味と注意点	6
1.2.1	独学の価値	6
1.2.2	真実探究	6
1.2.3	追記	6
2	高校数学マスター基本方針 ～高校数学で考える力を身に付けるために～	8
2.1	高校数学マスターの目標	9
2.1.1	数学の苦手な人、成績が上がらない人へ	9
2.1.2	より良い努力を引き出すこと	9
2.2	学力に種類はあるのか	9
2.2.1	目標設定の大切さ	9
2.2.2	目標の優先順位	9
2.2.3	研究、応用、受験で必要な学力の違い	9
2.2.4	本サイトの養成する学力	9
2.3	考える力を身に付ける	9
2.3.1	具体的な目標	9

2.3.2	苦手克服には疑問を持って遡ること	9
2.3.3	勉強方法の本質的なコツ	9
2.4	受験勉強の方法	9
2.4.1	受験勉強のコツ	9
2.4.2	計画と勉強量の重要性	9
2.4.3	科目ごとの適切な勉強法	9
2.4.4	伸び悩んだら受験対策よりも基礎学力	9
2.5	本サイトの内容	9
2.5.1	参考にする教科書	9
2.5.2	各ページの解説方針と活用法	9
3	合理的に物事を考える方法の詳細	10
3.1	「考える」とは何か	10
3.1.1	感じると考えるの違い	10
3.1.2	答え、その正解と間違い	10
3.1.3	一人か複数か、言葉の必要性	10
3.1.4	「考える」の定義	10
3.2	「合理的に物事を考える方法」とは何か	10
3.2.1	「物事を」とは何か	11
3.2.2	「方法」とは何か	11
3.2.3	正しい方法の重要性	11
3.2.4	「合理的に」の意味	11
3.2.5	具体的な方法	11
3.3	ソクラテスの問答法	11
3.4	デカルト	11
3.4.1	デカルトの業績	11
3.4.2	デカルトの真理探究法	11
3.5	考える力と数学	11
3.5.1	ソクラテスの問答法とユークリッドの原論	11
3.5.2	ユークリッドの原論とデカルトの真理探究法	12
3.5.3	数学は考える力を磨く最適な学問	12
3.5.4	数学の適用範囲	12

4	論理とは何か、命題、集合と推論規則について	13
4.1	論理とは何か	14
4.1.1	論理の始まり	14
4.1.2	対象の必要性	14
4.1.3	関係の必要性	14
4.1.4	分解の必要性	14
4.1.5	列挙の必要性	14
4.1.6	論理の定義	14
4.1.7	具体例、国語の論説文の書き方	14
4.1.8	論理についてまとめ	14
4.2	命題、集合とは何か	14
4.2.1	命題による対象化	14
4.2.2	命題の役割	14
4.2.3	命題の使い方	14
4.2.4	集合による対象化	14
4.2.5	集合の注意点	14
4.2.6	集合の効果	14
4.2.7	命題と集合の関係	14
4.2.8	高校数学で論理を学ぶポイント	14
4.2.9	集合についてまとめ	14
4.3	推論規則について	14
4.3.1	正しさの確認方法	14
4.3.2	推論関係と命題	14
4.3.3	分割と連鎖	14
4.3.4	推論と演繹	14
4.3.5	数学の論理の骨格	14
4.3.6	論理の練習（対偶と矛盾）	14
4.3.7	数学の理論構成	14
4.3.8	理論の正しさ	14
4.3.9	公理や原理の具体例	14
4.3.10	理論構成や正しさのまとめ	14
4.4	論理をより深く学びたい方へ	14

4.4.1	論理のあり様	14
4.4.2	数理論理学との違い	14
4.4.3	異なる構成の理由	14
4.4.4	高校数学マスターの価値	14
4.4.5	真理探究の枠組み	14
4.4.6	真理探究における価値	14
4.4.7	論理をより深く学ぶために	14
II 数学 I		15
5	集合と命題について (数と式: 集合と命題)	16
5.1	集合と命題の背景	16
5.2	集合と命題の異なる役割	16
5.2.1	集合の優れた点	16
5.2.2	集合に対する命題の役割	16
5.2.3	命題に集合は必須ではない	16
5.2.4	集合と命題の混乱の原因	16
5.3	集合と命題を分けて学ぶ価値	16
5.3.1	数学の考える力を応用する出発点	16
5.4	集合と命題は切り離して考える	16
6	命題について (数と式: 集合と命題)	17
6.1	命題とは	17
6.1.1	命題の定義	17
6.1.2	命題の役割	17
6.1.3	命題は基本単位	17
6.2	数学の構成	17
6.2.1	命題による分解	17
6.2.2	命題と推論	17
7	対偶の証明について (数と式: 集合と命題)	18
7.1	集合の包含関係を用いた証明	18
7.1.1	命題の推論関係と集合の包含関係が一致	18

7.1.2	補集合と包含関係の逆転	18
7.2	集合の包含関係を用いない証明	18
7.2.1	その他の証明方法	18
8	矛盾と背理法について (数と式: 集合と命題)	19
8.1	背理法の定義と復習	19
8.2	矛盾の定義と解説	19
8.3	背理法が成り立つ理由	19
8.3.1	他の命題も矛盾	19
8.3.2	発展: 背理法は正しいのか	19
9	必要条件と十分条件について (数と式: 集合と命題)	20
9.1	条件とは	20
9.1.1	教科書における条件の定義	20
9.1.2	数学などにおける条件の良し悪し	20
9.1.3	条件の定義	20
9.2	必要、十分とは	20
9.2.1	十分条件の説明	20
9.2.2	必要条件の説明	20
9.2.3	必要条件と十分条件のまとめ	20
9.3	言葉の難しさについて	20

0.1 始めに

高校数学を独学できるように、高校数学とその勉強法を解説しています。直近の受験、将来の応用・研究・実務において、その基礎となり自在に活用できるだけの確固とした高校数学の学力を身に付けること、そして、その高校数学の勉強を通して、諸々の知識を必要十分に深掘りできるようになること、それはつまり、数学のみならず他分野の学問や実務にも活用できるだけの考える力、さらに一言で表すと、合理的に物事を考える力を身に付けて頂くことが高校数学マスターの目標です。

本著作物は2021年4月10日時点のウェブサイト[高校数学マスター](#)をPDFに組み直したものです。原則的に同じ内容を収めていますので、本PDF版の書籍スタイルには不適當な語彙も一部残っております。一方、章立てや文章の繋ぎや装飾等に異なる部分もあります。ご留意ください。

著作権について 本著作物のすべての著作権は瀬端隼也が保持し、瀬端合同会社が管理しています。本PDFファイルは、瀬端合同会社に対して対価（税込850円）を支払った方が私的使用（個人的に又は家庭内その他これに準ずる限られた範囲内において使用すること）の範囲内で利用することが許可されています。それ以外のいかなる使用、改変、複製、頒布等も違法であり禁止されております。

上記の私的使用、又は私的使用の範囲を超えた本PDFファイルのご利用を希望される場合には、瀬端合同会社にお申し込みください。詳しくは、ウェブサイト[高校数学マスター](#)をご覧ください。

なお、組版のためにFrançois Rozet氏制作の[L^AT_EX テンプレート](#) (Creative Commons CC BY 4.0にて配布)を改変して利用しています。François Rozet氏にこの場を借りて感謝を申し上げます。

Part I

序説 高校数学を独学するための勉強法

Chapter 1

要点解説

1.1 合理的に物事を考える方法

始めにで述べた目標のとおり、高校数学マスターで解説する高校数学を独学するための勉強法とは、小手先のコツやノウハウではなく、どのような学問分野であっても独学でも勉強を進めることができるだけの考える力、それを身に付けることに他なりません。それは、ぼんやりと「考える力」「考える力」と中身も教えずに唱えるようなことではなく、高校数学マスターでは、より具体的に、合理的に物事を考える方法そのものを解説し、加えて、高校数学の解説の中でその考える方法を拙いながらも実践して見せることで、読者の皆様にもその方法を身に付けてもらえるようにします。

1.1.1 高校数学の問題点

一般に、高校数学の教科書は、その様々な制度的・人的な要因から、内容を制限された知識の羅列や部分的な解説に陥りがちであると思います。それはそれとして仕方のない側面や有益なこともあるのですが、考える力の養成や数学の知識としての正確性からすると、極端な深堀は戒めるとしても、もう少し、浅堀でも掘り返すことが必要な個所がままあると感じています。

高校数学マスターで深堀・浅堀・解説する内容は、暗記すべき知識とか、大学受験テクニクというような目先の利益に必要とされるものではなく、当然、大学受験にも有効な能力となりますが、それ以上に考える力や数学の洗練された知識などのより普遍的で強力で美しいものを知り、身に付けるためのものにしていきたいと思っています。

高校数学の勉強を通して、物事を合理的に論理的に考える能力を身に付けることは、「考える力」を身に付けるためにもっとも筋の良い勉強方法と言えるだろうと思います。そのためには、とりわけ【数学Ⅰ：数と式：集合と命題】で解説される内容をきちんと理解することが、論理の他分野への応用のためにも重要です。

しかし、実際の高校数学の教科書で解説されている内容は、論理を学ぶには不十分な内容な上に、数学への応用を主眼とした解説を行っています。そのため、たとえ高校数学の教科書をきちんと理解したとしても、多くの学生が集合と命題の取り扱いで混乱したり、他分野への応用ができるほどには論理への理解を深めることはできないだろうと思います。

高校数学を通して、その最も応用範囲の広い論理を十分に学べない、習熟できないのでは非常に残念なことです。このような状況を鑑みて、高校数学マスターでは、【数学Ⅰ：数と式：集合と命題】を多少、深掘し、さらにその背景となる知識や考え方を合理的に物事を考える方法として解説します。ここで解説する知識や考え方は、数学の範囲を越える内容になりますが、数学やその他の学問に必要な論理の土台となっているものと言えます。そのため、理解が進めば進むほど、高校数学を独学でマスターするために十分なだけの考える力が身に付いて行くはずで

1.1.2 具体的な方法

高校数学マスターの目標とする「合理的に物事を考える力、または方法」とは、

- ①主に、真実を探究する姿勢、疑問を持つ姿勢、確認を怠らない姿勢を身に付け、
- ②加えて、物事を分解して考えられること、物事を原理原則から順序立てて考えられること、物事を対象とその関係に分けて考えられること、
- ③その上で、論理、特に推論規則を意識的に用いることができること、

以上のこと等ができるようになる力、あるいは、その方法を身に付けることを指します。高校数学マスターを通じて、①②③それぞれの能力を意識的に磨くように取り組んでみてください。

そのためには各個別の記事を読む前に、基本方針と①②③を解説した次の3記事を始めに一通り読んで頂くことをお勧めします。

[高校数学マスター基本方針](#) ～高校数学で考える力を身に付けるために～

合理的に物事を考える方法の詳細

論理とは何か、命題、集合と推論規則について

特に、時間がない場合には、上記の「合理的に物事を考える方法の詳細」ページの「ソクラテスの問答法」と「デカルトの真理探究法」や、「論理とは何か、命題、集合と推論規則について」ページの「論理とは何か」が重要な内容となっています。

1.1.3 難易度と注意点

ただ、高校生では一度にすべてを理解できる人はいないかもしれません。役に立つこと、難しい内容の文章とは、往々にして何度も繰り返し読まなければ理解できないものです。時間のある時に読み返したり、後で戻って来られるように何が書いてあったかを頭に入れておけば十分だろうと思いますし、いずれかの時期にふと思い返してみたり、疑問を持って考え直してみたり、参考となる本を調べてみたりすることの方が、大事なことだと思います。

数学・哲学科の大学2、3年生の学生であれば、一通り読むだけで十分な理解ができる人もいるだろう、あるいは、大学院修士課程や博士課程の学生であれば、勝手なことを言ってるよと捨て台詞を吐かれそうな程度の内容だろうと思います。したがって、高校数学マスターの対象読者である高校生や高校数学を復習しようとしている社会人の多くの皆様は、分からないところがあっても不安にはならないでください。

一方で、現在の教育を踏まえると、以上の内容に部分的にはきちんと触れたことのない内容がある優秀な数学者や哲学者がいることも十分にありえます。そのように言うと、優秀になるために必要のない知識ではないかと短絡的に考える人もいそうなので、一言付け加えておくと、何でも知っていれば優秀な学者というわけではないことと、これらの知識は優秀な学者であれば自然と身に付いていること、あるいは、私を含めてほとんどの優秀でない人にとっては明示的に言及されることによって非常に有益となる知識、と評価できるかと思います。

適切な早い段階でこのような知識に触れる経験は、少なくとも将来優秀になるだろう方をより優秀な人材に高める可能性が大きいと思いますし、たとえ既に優秀な学生でも無意識的に習得していた良い習慣を明示的に行えるようになるかもしれません。とにかく、すべてを理解できなくとも理解できたところから実践していくことで、考える力が付いたなどか、勉強の理解力や仕事の能力が上がったなど実感してもらえらるだろうと、少なくとも自分の経験からそう感じています。

1.2 独学の意味と注意点

さらに、付け加えておくと、高校数学マスターは強いて独学を勧めるものではありません。どのような学問でも優れた先生や共に学べる友人を求めていくことが必須で、その謙虚さや素直さが学びの土台となります。同時に、すべての学問分野は人的・経済的な環境なくして成立しないことは明らかなことであり、独学といっても当然できることとできないことがあります。それでも、あえて高校数学マスターにおいて、独学という言葉キーワードとして用いたのは、その価値が非常に大きいものと感じているからです。

1.2.1 独学の価値

まず、何より、諸々の事情によって、世の中には優れた先生や共に学べる友人に恵まれないう人が大勢いるという事実です。程度の差はあれ、そのような学ぶ環境が整っていない方々の最初の一步のほんの少しの助力になれるのであれば、高校数学マスターを作成する価値は十二分にあるのだらうと思います。そして、さらにたとえ、人的・経済的な環境が十分に整っていたとしても、学問は手取り足取り教えてもらうものではなく、結局は、自分の頭と体を使って学ぶものであり、その環境を生かすも殺すも自分のやる気と努力次第なのです。つまり、独学できるぐらいのやる気や根気がなければ、そのような環境も与えられないし、生かすことはさらに難しいでしょう。

1.2.2 真実探究

加えて、何かしらの良い仕事を残したいと考えれば、高校数学マスターで紹介している「合理的に物事を考える方法」をきちんと学ぶことは決して無駄にはならないはずです。それは、既存の学問を学んだあとに、新しい発見、自分らしい発見をするために必須とも言える道具だからです。つまり、自分で考えることができなくて、どうして先人を越える道を開拓することができるのかということです。健全な学問で真に評価されるのは、既存の学問を上塗りすることではなく、塗り替えていくことです。そのためには、あなた自身の頭と体で真実を探究しようとする姿勢が何よりも必要とされているのです。

1.2.3 追記

私の高校数学マスターを作成する個人的な動機は、数学が苦手な人が少しでも数学をできるようになることと、「合理的に物事を考える方法」をより良く身に付けた人が多くなることで、ほんの少しでもこの世の中が良くなること、という大それたものの二つになります。

す。最後まで読んで頂ける方は少なからうと思いますので、その誠意ある方々のために、簡単ではありますが本懐をここに追記したいと思いました。

【サンプル版のため次章から本文はありません。】

Chapter 2

高校数学マスター基本方針 ～高校数学で 考える力を身に付けるために～

2.1 高校数学マスターの目標

2.1.1 数学の苦手な人、成績が上がらない人へ

2.1.2 より良い努力を引き出すこと

2.2 学力に種類はあるのか

2.2.1 目標設定の大切さ

2.2.2 目標の優先順位

2.2.3 研究、応用、受験で必要な学力の違い

2.2.4 本サイトの養成する学力

2.3 考える力を身に付ける

2.3.1 具体的な目標

2.3.2 苦手克服には疑問を持って遡ること

2.3.3 勉強方法の本質的なコツ

2.4 受験勉強の方法

Chapter 3

合理的に物事を考える方法の詳細

3.1 「考える」とは何か

3.1.1 感じると考えるの違い

3.1.2 答え、その正解と間違い

3.1.3 一人か複数か、言葉の必要性

3.1.4 「考える」の定義

3.2 「合理的に物事を考える方法」とは何か

3.2.1 「物事を」とは何か

3.2.2 「方法」とは何か

3.2.3 正しい方法の重要性

3.2.4 「合理的に」の意味

3.2.5 具体的な方法

3.3 ソクラテスの問答法

3.4 デカルト

3.4.1 デカルトの業績

3.4.2 デカルトの真理探究法

3.5 考える力と数学

3.5.1 ソクラテスの問答法とユークリッドの原論

3.5.2 ユークリッドの原論とデカルトの真理探究法

3.5.3 数学は考える力を磨く最適な学問

3.5.4 数学の適用範囲

Chapter 4

論理とは何か、命題、集合と推論規則について

4.1 論理とは何か

4.1.1 論理の始まり

4.1.2 対象の必要性

4.1.3 関係の必要性

4.1.4 分解の必要性

4.1.5 列挙の必要性

4.1.6 論理の定義

4.1.7 具体例、国語の論説文の書き方

4.1.8 論理についてまとめ

4.2 命題、集合とは何か

4.2.1 命題による対象化

4.2.2 命題の役割

4.2.3 命題の使い方

4.2.4 集合による対象化

Part II

数学 I

Chapter 5

集合と命題について (数と式: 集合と命題)

5.1 集合と命題の背景

5.2 集合と命題の異なる役割

5.2.1 集合の優れた点

5.2.2 集合に対する命題の役割

5.2.3 命題に集合は必須ではない

5.2.4 集合と命題の混乱の原因

5.3 集合と命題を分けて学ぶ価値

5.3.1 数学の考える力を応用する出発点

5.4 集合と命題は切り離して考える

Chapter 6

命題について (数と式: 集合と命題)

6.1 命題とは

6.1.1 命題の定義

6.1.2 命題の役割

6.1.3 命題は基本単位

6.2 数学の構成

6.2.1 命題による分解

6.2.2 命題と推論

Chapter 7

対偶の証明について (数と式: 集合と命題)

7.1 集合の包含関係を用いた証明

7.1.1 命題の推論関係と集合の包含関係が一致

7.1.2 補集合と包含関係の逆転

7.2 集合の包含関係を用いない証明

7.2.1 その他の証明方法

真理値を使った証明

ベン図を用いない証明

Chapter 8

矛盾と背理法について (数と式: 集合と命題)

8.1 背理法の定義と復習

8.2 矛盾の定義と解説

8.3 背理法が成り立つ理由

8.3.1 他の命題も矛盾

8.3.2 発展: 背理法は正しいのか

Chapter 9

必要条件と十分条件について (数と式: 集合と命題)

9.1 条件とは

9.1.1 教科書における条件の定義

9.1.2 数学などにおける条件の良し悪し

9.1.3 条件の定義

9.2 必要、十分とは

9.2.1 十分条件の説明

9.2.2 必要条件の説明

9.2.3 必要条件と十分条件のまとめ

9.3 言葉の難しさについて